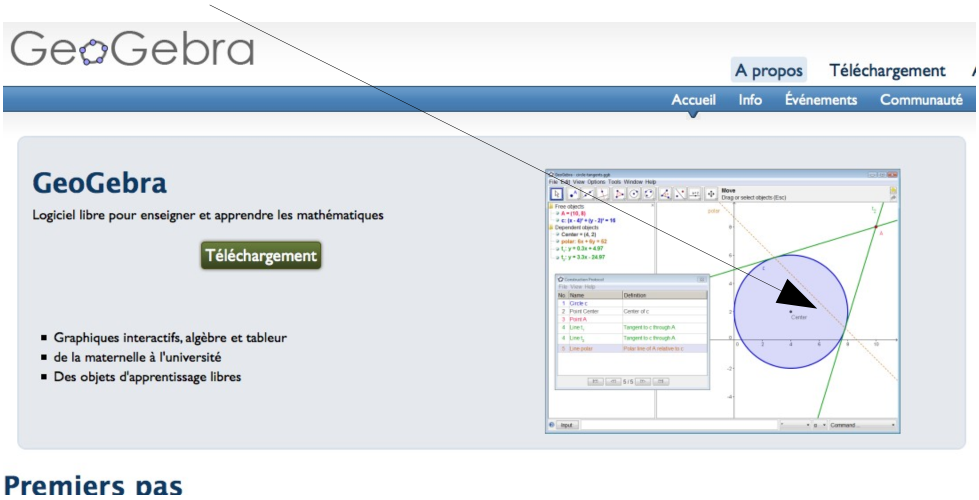
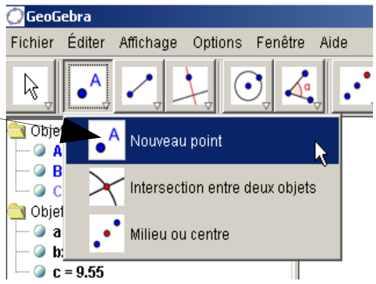
Découvrir GeoGebra

Aller sur le site http://www.geogebra.org/cms/
et cliquer sur l'image afin de lancer l'applet GeoGebra en ligne.



1. Une propriété du triangle rectangle

On se propose de construire un triangle *ABC* rectangle en *A* et de retrouver une propriété de ce triangle.



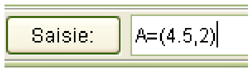
1. Cliquer sur le bouton « nouveau point »
pour construire les points *A* et *B* .

Deux clics suffisent.
Tant que l'on clique, GeoGebra crée des points.
*On dit qu'il **crée les objets à la volée.***

***Pour quitter le mode création de points**, afin de pouvoir par exemple déplacer les points, il faut soit cliquer sur le bouton de sélection*  *soit utiliser la **touche ESC**.*

GeoGebra nomme automatiquement les objets.
Si, immédiatement après avoir créé le point B, on appuie sur la touche C, alors GeoGebra proposera de renommer le point B en C. Cette astuce est très utile.

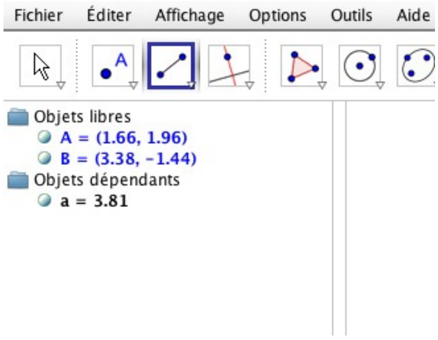
*Il est également possible de créer un point en utilisant la **barre de saisie** :*



*Attention, le **.** est le séparateur décimal et la **,** sépare les deux coordonnées*

Remarque :

la saisie de A = point(4.5 **;** 2) crée un point à l'aide des **coordonnées polaires.**



2. Construire le segment [*AB*].
Ce bouton est présent dans le second menu déroulant.
Le segment [AB] est automatiquement nommé ***a*** par GeoGebra.
La ***fenêtre algèbre*** l'indique.

*Pour afficher/masque cette fenêtre, utiliser le **menu Affichage***
Elle indique également la longueur du segment.

En effet, <u>la fenêtre algèbre donne une description algébrique de chaque objet</u>.
Cliquer avec le **bouton droit** sur ce ***a*** de la fenêtre algèbre.

Un **menu contextuel** apparaît.

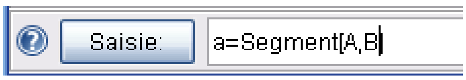
Colorier en rouge ce segment et effacer l'étiquette **a** du segment.

GeoGebra met automatiquement des étiquettes sur tous les objets.
Rapidement, la figure devient illisible.
Un bon compromis consiste à lui demander de n'étiqueter que les points.
*Pour cela, utiliser le menu **Options/Etiquetage***

Ce menu contextuel permet d'afficher ou non l'objet, d'afficher ou non son nom, d'activer la trace, de le renommer, et en particulier de l'effacer.

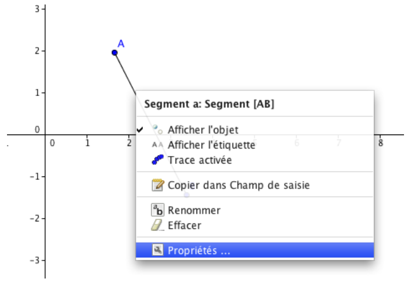
Ce menu contextuel s'obtient également en <u>cliquant avec le bouton droit</u> sur tout objet de la figure ou encore en double cliquant sur un objet.

3. Nous allons construire le segment [AB] à l'aide d'une seconde méthode.
Effacer le segment.
*Pour ce faire, on peut utiliser **<u>Effacer</u>** du menu contextuel précédent, soit encore sélectionner le segment avec le bouton de sélection puis en appuyant sur la **touche <u>Suppr</u>** du clavier.*
Créer à nouveau 2 points A et B.
Dans la ***zone de saisie***, saisir la commande suivante : ***a=Segment[A,B].***



Cette commande définit véritablement l'objet.
Quand un objet est construit à la souris, alors une commande analogue est générée.

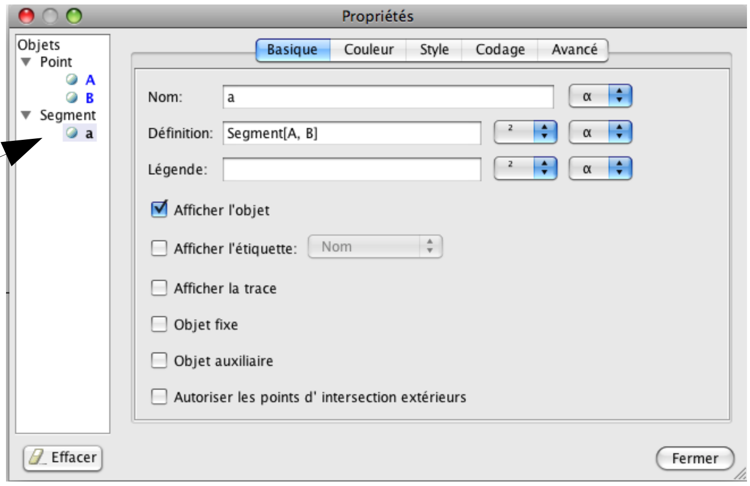
Cliquer sur le menu propriétés du menu contextuel du segment :



Dans le champ **Définition**
apparaît la définition de l'objet.
Il est par exemple possible d'écrire à la place :
Droite[A,B]

Cette fenêtre permet de régler finement l'apparence de l'objet courant c'est à dire celui qui est surbrillance dans la partie gauche de la fenêtre.

Il est également possible de sélectionner plusieurs objets dans cette partie gauche (à l'aide de la touche shift) puis de régler l'apparence de tous les objets sélectionnés !



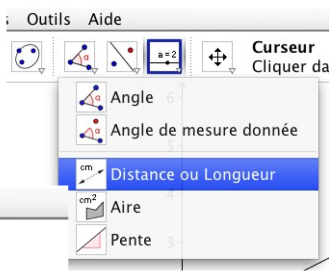
4. Construire la perpendiculaire à [*AB*] passant par *A*.
Le bouton de construction d'une perpendiculaire se situe dans la 4ème colonne de boutons.

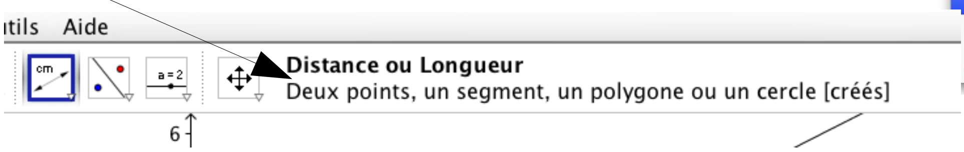
5. Créer un nouveau point *C* sur la droite obtenue précédemment.
*Pour cela, il suffit de cliquer sur le bouton « nouveau point », puis de positionner le curseur sur la droite (**elle se met alors en gras**) puis cliquer.*
*Le fait de se positionner sur la droite fera du point C un **point sur** de cette droite.*
Remarquer que la couleur du point C n'est pas la même que celle des points A et B. En effet, A et B sont des points libres contrairement à C qui est un point dépendant d'un autre objet.
Créer le segment [*BC*].

6. Construire le milieu *I* du segment [*BC*].
Rapprocher le curseur du segment [BC] puis cliquer. Le milieu du segment est construit.
Il est automatiquement nommé D.
Dans la fenêtre algèbre, on voit d'ailleurs ligne ***D=(1.34,2.65),*** *ce qui ne permet pas de conclure qu'il s'agit d'un milieu. Pour cela, il faut utiliser la fenêtre proriété vue précédemment. On vérifie alors que c'est bien le milieu de l'objet **c**, **c** étant le segment [AB].*
Renommez donc le milieu en I.

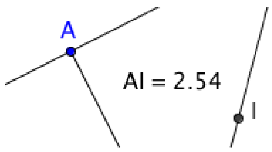
Pour créer le milieu I, il est possible de saisir la commande suivante dans la zone de saisie:
I = MilieuCentre[B,C]
ou encore
I = (B + C) / 2

7. On se propose de comparer les longueurs des segments [*AI*], [*IB*] et [*IC*].
Il y a principalement deux méthodes.
La plus simple consiste à utiliser le bouton Distance :
puis de désigner successivement les points A et I comme cela est indiqué ici :



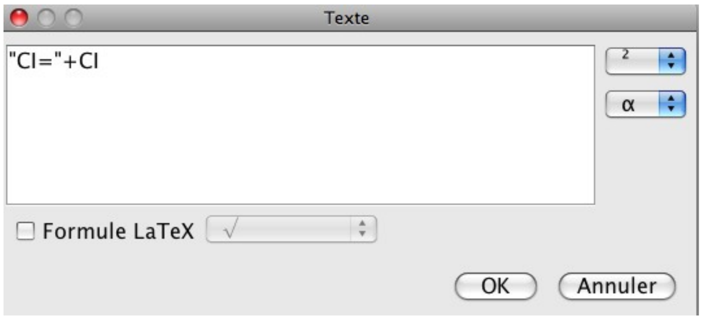


Apparaît alors ceci :



GeoGebra a en réalité créé une variable, puis un texte attaché au milieu du segment [AI] !

Faisons la même chose « à la main ».
Créer une variable (à l'aide de la zone de saisie) :
CI = Distance[C,I]
Créer un texte (avant dernière colonne de boutons) :

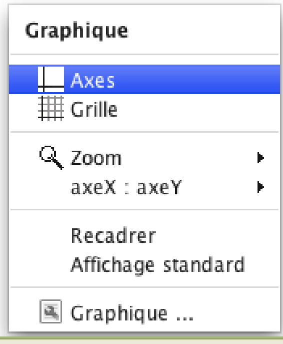


Ce texte concatène le texte CI= avec la valeur de la variable CI définie précédemment.

Afficher les propriétés de cet objet texte, puis dans l'onglet **position,** écrire **:**
MilieuCentre[C, I]
Et voilà !

8. Déplacer les points libres de la figure
Quelle est la propriété mise en évidence ici ?
En utilisant le point D, symétrique de A par rapport à I, démontrer cette propriété.

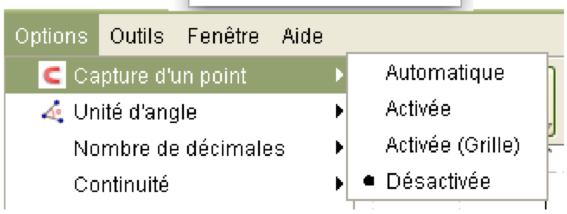
2. Paramétrage de GeoGebra



Un clic droit sur la scène permet l'affichage du menu contextuel de la scène :

Ce menu permet d'afficher ou non les axes et/ou la grille.
Par défaut, le point s'aimante légèrement sur la grille, c'est à dire qu'il est libre sauf s'il est proche d'un nœud auquel cas il se positionne sur le nœud.

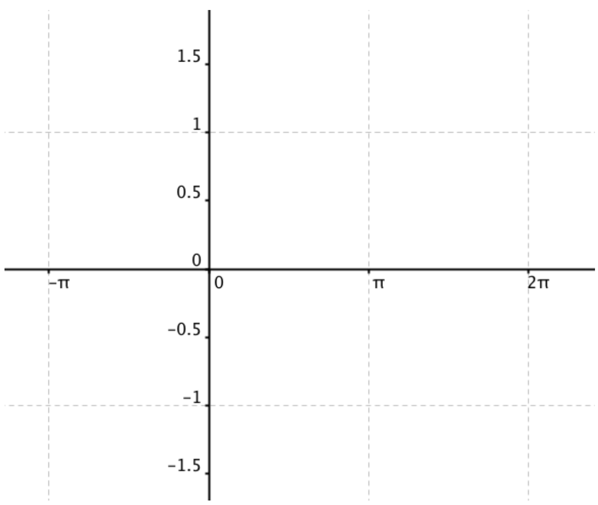
On peut changer ce comportement avec le menu
Options/Capture d'un point



Dans le **menu contextuel de la scène**, cliquer sur Graphique.

Une boîte de dialogue apparaît permettant le paramétrage fin des 2 axes

Tester différentes valeurs et essayer d'obtenir le résultat suivant :

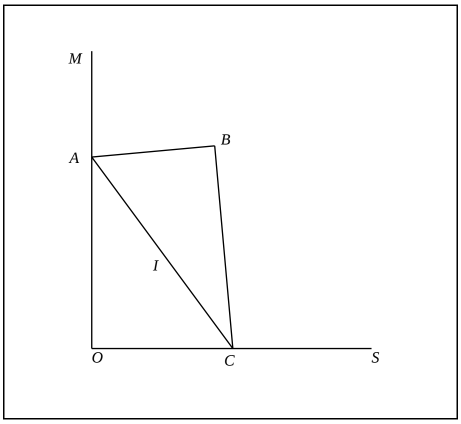


Le menu **options** permet de régler de nombreuses options :
- l'unité de l'angle
- le nombre de décimales (5 ou 6 au maximum)
  C'est effectivement la précision décimal maximale qui peut être affichée.
- différents styles comme le style des points.
- l'étiquetage
  Permet de désactiver l'étiquetage automatique des objets sauf les points , important !
- la taille des caractères
  Cela augmente malheureusement la taille de tous les caractères et pas seulement le nom des objets de la figure.

3. Un grand classique : l'échelle et l'équerre

Le triangle ABC représente une équerre telle que $AB = 3$, $AC = 6$ et l'angle en B est droit.
Les points A et C glissent respectivement sur les demi-droites perpendiculaires $[OM)$ et $[OS)$.
Le point I est le milieu du segment $[AC]$.

On s'intéresse aux lieux des points *I* et *B*.



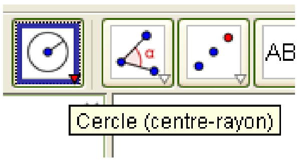
1. Construire cette figure, elle doit être dynamique c'est à dire que l'échelle doit pouvoir glisser sur le sol.

2. Visualiser, à l'aide du logiciel, le lieu du point I quand C décrit la demi-droite $[OS)$ puis le lieu du point B quand C écrit la demi-droite $[OS)$.
Quelle conjecture peut-on émettre sur la nature de ces lieux ?

Aide pour la construction de la figure

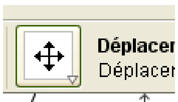
1. Construire la demi-droite $[OS)$ puis la demi-droite $[OM)$.
Pour construire ces deux demi-droites perpendiculaires représentant respectivement le sol et le mur, il est pratique d'utiliser l'aimantation des points sur la grille quand celle-ci est affichée (menu Affichage/Grille). Une fois les demi-droites construites, il suffit de masquer les trois points.

2. Créer un point C sur la demi-droite $[OS)$. Ce point C "glissera" sur le sol.
Construire ensuite le point A.
Il faut définir le point A.
C'est l'intersection de deux courbes. Lesquelles ?



3. Pour construire le cercle de centre C et de rayon donné, utiliser :

Pour **déplacer toute la scène**, on peut utiliser le bouton



Il est également possible de déplacer la scène en laissant la touche CTRL appuyée

4. *Pour créer le point A comme intersection du cercle et de la demi-droite, il y a deux possibilités :*
  - création de A comme <u>simple point d'intersection :</u> en mode « nouveau point », il suffit de placer le curseur à l'intersection des deux courbes et de double cliquer.

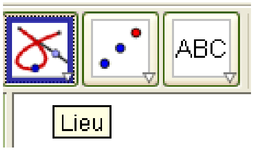
- création de <u>tous les points d'intersection possible :</u> se placer en mode « intersection de deux objets », sélectionner le cercle (qui passe en gras) et la demi-droite(idem) ; le point est créé.

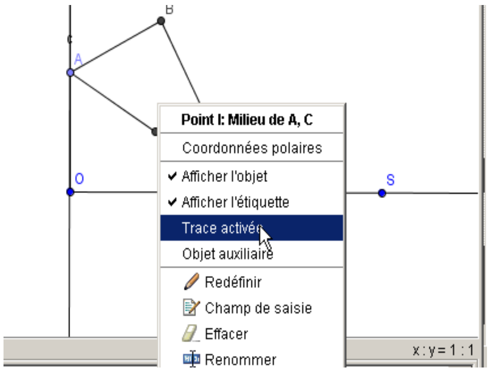
5. Construction de l'équerre

Le point B est également à l'intersection de deux courbes. Lesquelles ?
Construire le point B, le triangle ABC et effacer les traits de construction.
Pour effacer un trait de construction, cliquer droit sur l'objet puis décocher l'option "Afficher l'objet".

6. Pour observer le lieu du point I lorsque A décrit la droite [OM], activer la **trace** de ce point (clic droit près du point puis "trace activée") .

Activer de même la trace du point B

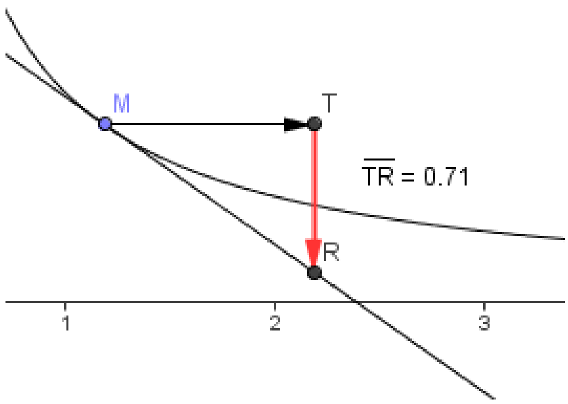




7. Construire les lieux des points I et B.

4. Un peu d'analyse

L'objectif est de construire la figure suivante où l'on représente le nombre dérivé en un point quelconque de la courbe y=1/x.



1. Afficher les axes à l'aide du menu Affichage/Axes

Saisir la commande **f= Fonction[1 / x, 0, 4]**

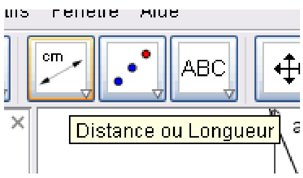
Il est également possible de saisir : f(x) = 1/x
mais cette commande ne permet pas de préciser le domaine de définition.

Paramétrer le repère.

2. Construire un point M sur la courbe et construire la tangente à la courbe en M (présent dans la 4ème colonne de boutons).

3. Créer le point de coordonnées ***T=(x(M)+1,y(M)).***
La commande x(M) renvoie l'abscisse du point M.

Créer R, point d'intersection de la tangente et la droite d'équation x=x(T) elle-même crée à l'aide de la commande ***x = x(T)***

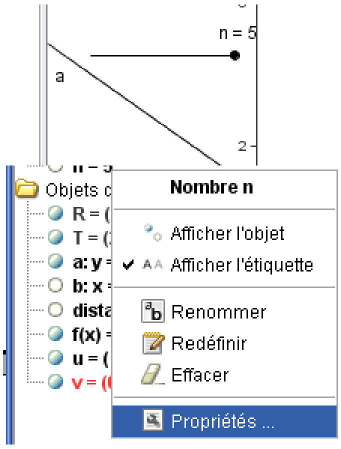


Remarque:
La commande ***a = 1*** *crée une* ***variable*** *a initialisée à 1.*
La commande ***x = 1*** *crée la* ***droite*** *d'équation x = 1.*
(La commande x^2+y^2/2 = 1 crée quoi à votre avis ?)

Construire les vecteurs $\overrightarrow{MT}$ et $\overrightarrow{TR}$

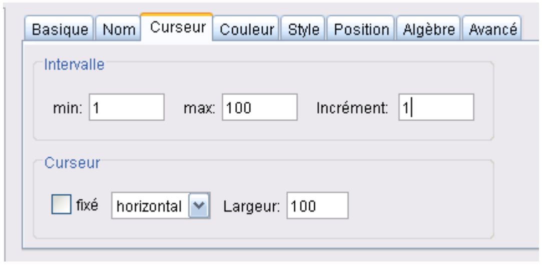
Afficher la longueur de TR.
Le nombre de décimales se règle à l'aide de menu **Options/Nombre de décimales**

4. Définir un paramètre entier ***n*** à l'aide de la commande ***n = 5***
Dans la fenêtre algèbre est apparu l'objet.
Cliquer droit sur cet objet et cliquer sur Afficher l'objet.
Un curseur apparaît alors sur la figure :



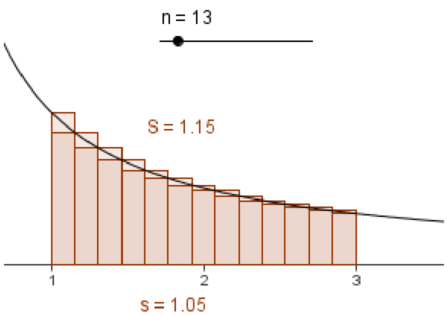
Cliquer droit sur cet objet (sur la figure ou dans la zone Algèbre) et cliquez sur *Propriétés…*

Dans l'onglet *Curseur*, faites les réglages suivants :



Dans la zone de saisie :
s=sommeInférieure[f,1,3,n]
puis
S=sommeSuperieure[f,1,3,n]

afin de faire apparaître les rectangles.



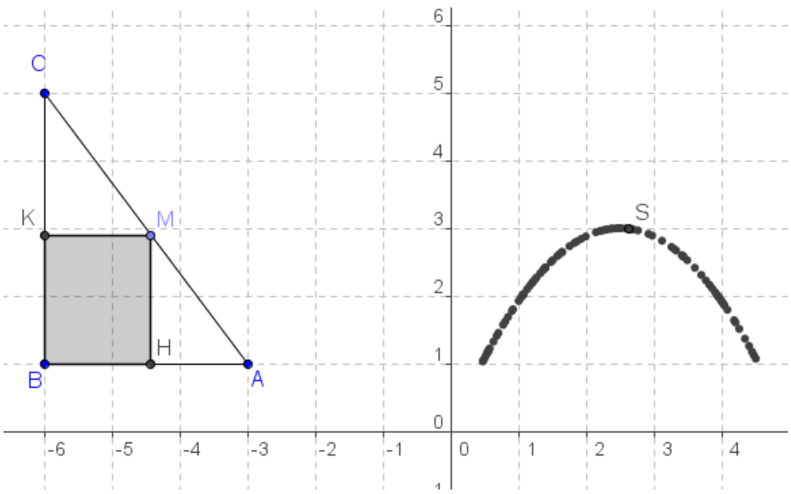
Arrangez la figure, et modifiez la valeur de ***n***.

La valeur de *n* peut également être modifiée au clavier.
Pour cela, sélectionner d'abord le curseur, puis utiliser les touches fléchées.

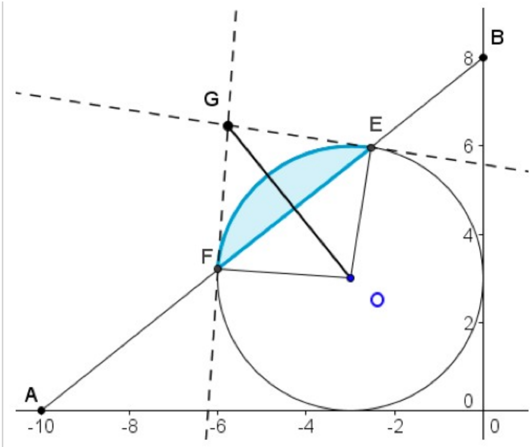
5. Exercice : un problème d'optimisation

M est un point mobile appartenant à l'hypoténuse [AC] d'un triangle ABC rectangle en B, de dimensions AB=3 , BC = 4 et AC = 5.
On construit le rectangle MHBK inscrit dans le triangle ABC.
On étudie l'aire de MHBK en fonction de x = CM.

Afficher et régler le repère pour avoir les abscisses entre –7 et 5 et les ordonnées entre –1 et 7.
Construire alors avec A qui a pour coordonnées (-3 ;1)
Puis construire le rectangle MKBH à l'aide de l'outil polygone.
Puis construire la courbe représentative de la fonction *f* qui à *x* associe l'aire de MHBK, à l'aide d'une trace d'un point.



<u>6. Utiliser la zone de saisie</u>

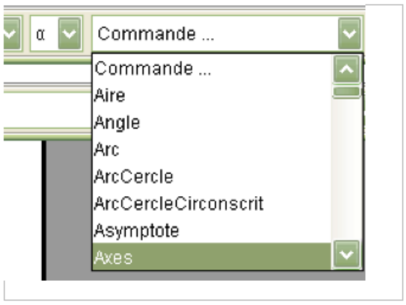


Dans la figure, (AB) coupe le cercle de centre O(-3;3)
et de rayon 3 en E et F.
A(-10;0) et B(0;8).

Construire cette figure en respectant la mise en forme et déterminer
- une valeur approchée de OG
- une valeur approchée de l'aire du coloriée

<u>Solution utilisant la zone de saisie, la mise en forme se faisant à la souris.</u>
O = (-3, 3).
c = Cercle[O, 3].
A = (-10,0). B = (0 ; 8).
a = Segment[A,B].
F = Intersection[c, a, 1]
E = Intersection[c, a, 2].
b = Segment[F,O].
d = Segment[E,O].
f = Perpendiculaire[F, b]
e = Tangente[E, c].
G = Intersection[e,f].
g = ArcCercle[O, E, F].
h = Segment[F, E]
OG=Distance[O, G]
z = Angle[E, O, F] / 2 * 9 - Aire[E, O, F]

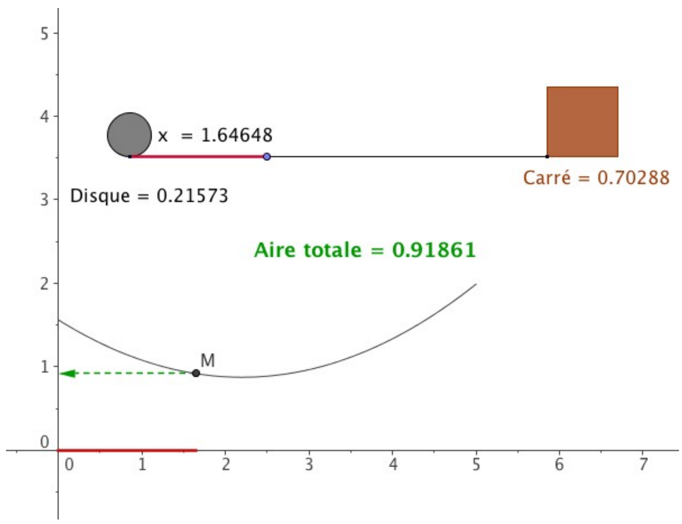
Remarque :
Il existe de nombreuses commandes :
Voir le fichier *<u>commandes de Geogebra.pdf</u>*
<u>pour avoir la liste complète.</u>



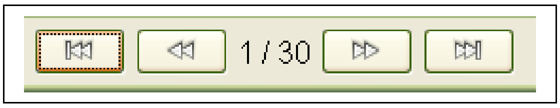
<u>7. Savoir reproduire une figure GeoGebra existante</u>

Ouvrir le fichier OptimisationCarreDisque.ggb

On partage un segment de longueur 5 en deux segments de longueur *x* et *5-x.*
On construit alors un disque de périmètre égal à *x* et un carré de périmètre égal à *5-x*.
On s'intéresse à la somme des aires du disque et du carré.



Menu Affichage/Protocole de construction
Cliquer sur la flèche qui permet de positionner la tête de lecture au début :

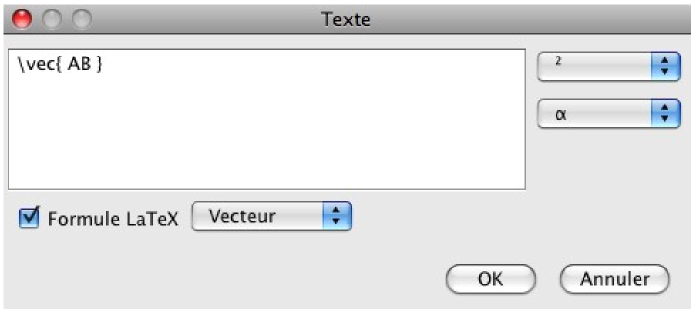


Puis construire la figure étape par étape, en regardant soigneusement à chaque fois la définition de l’objet.

Lors de la construction étape par étape, la figure est dynamique, et en particulier on peut regarder les propriétés de chaque objet.
Construire alors une figure analogue.

8. Affichage d’une expression mathématique

Créer un vecteur AB.
Puis créer un texte contenant $\overrightarrow{AB}$:



Enfin, attacher ce texte au milieu du segment [AB] (utiliser l'onglet position des propriétés de l'objet vecteur AB et saisir à la place des coordonnées : MilieuCentre[A,B].

Donc en cochant la case Formule LaTeX, on peut saisir du code LaTeX et obtenir ainsi des expressions mathématiques.

Par exemple, que donne cette expression :

x_1 = \frac{-b-\sqrt Δ}{2a} ?

9. Affichage conditionnel d’un texte

Le texte ne s’affiche que si les droites sont parallèles
avec une certaine tolérance.

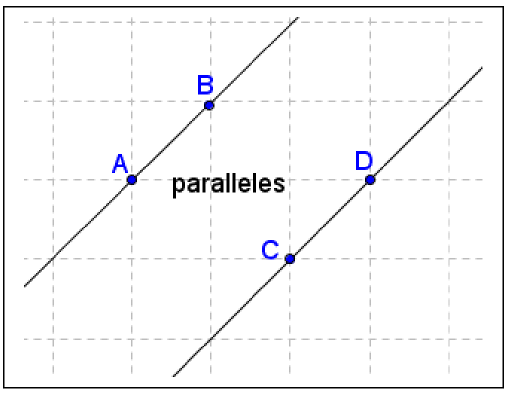
Commencer par créer le texte **paralleles**.

Dans l’onglet **Avancé**, conditions pour afficher l'objet, saisir :

(abs(Pente[a] - Pente[b]) < 0.1) ∨ (x(A) ≟ x(B) ∧ x(C) ≟ x(D))

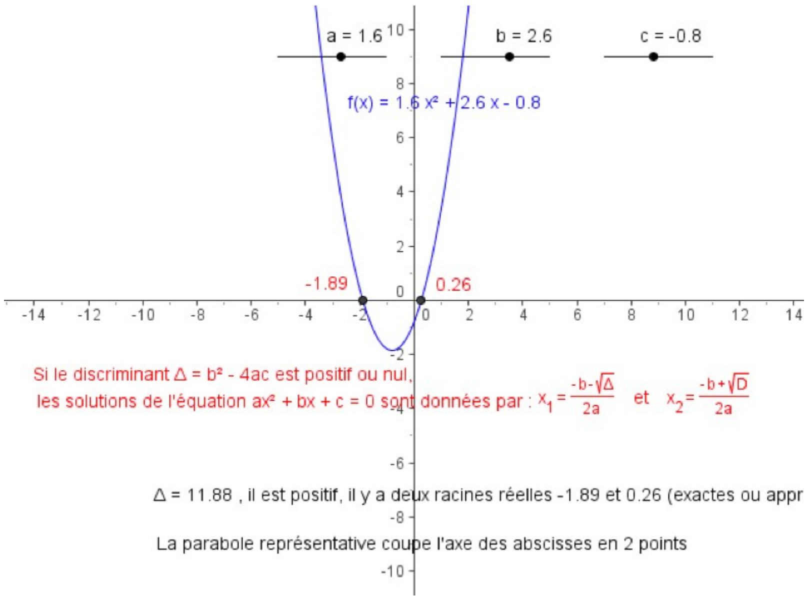
Ce symbole signifie ET :

Ce symbole signifie OU :



<u>Exercice</u>

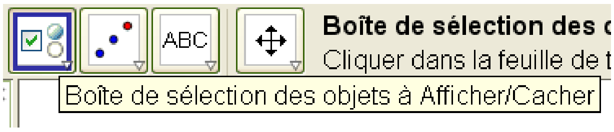
Construire la figure suivante :

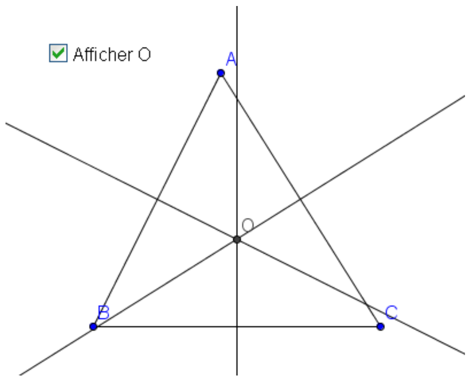


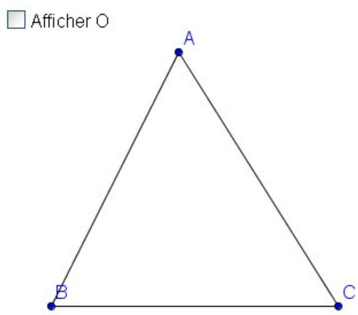
Les curseurs permettent de considérer des polynômes différents.
<u>Les textes au dessous doivent être adaptés</u>…..

10. Affichage ou non d'un objet

La boîte à cocher permet d'afficher ou non certains objets :







11. Avec des SI…

NomObjet = Si[condition , définition 1 ou objet1 , définition 2 ou objet 2]
Si la condition est vraie, alors l'objet sera définition 1, sinon il sera définition 2.

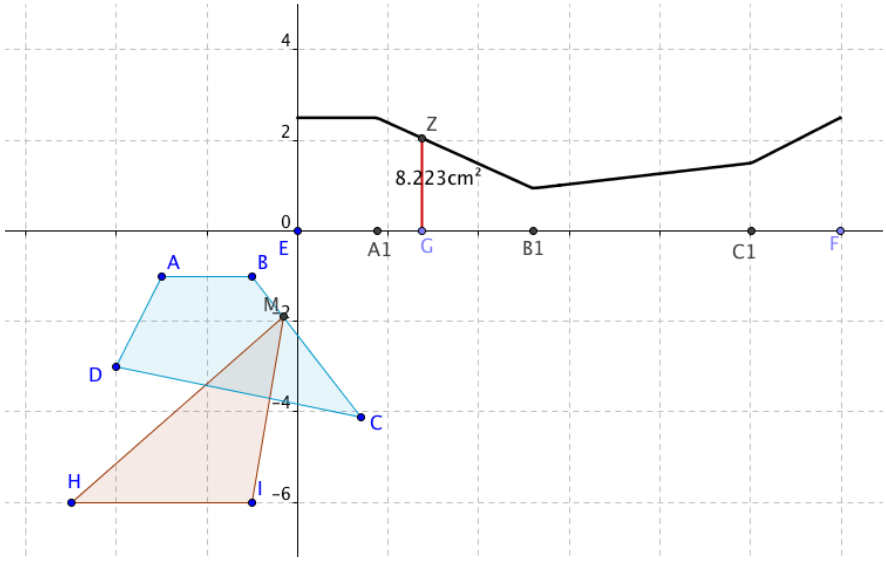
ou encore
NomObjet = [condition , définition ou Objet déjà défini]

Exemples:

Créer une segment [AB].
Puis créer le point C suivant :
Si[Distance[A,B] < 4, (1, 1), (2, 2)]

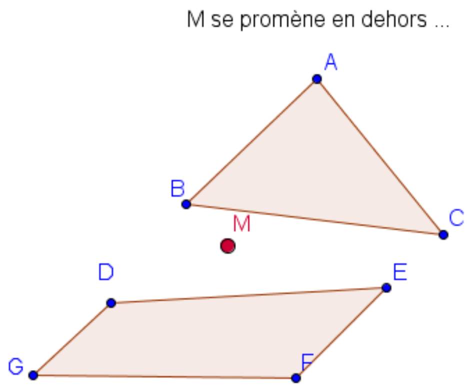
Créer un curseur a.
Puis créer le point A = Si[a ≟ 1, (1, 1)]. Modifier la valeur de a.

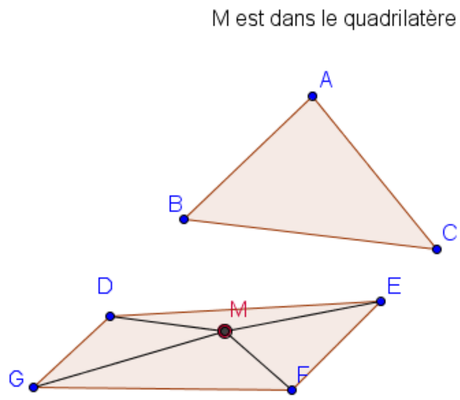
Un point M parcourt un quadrilatère ABCD fixé.
[HI] est un segment fixé.
On s'intéresse à l'évolution de l'aire du triangle HIM.
C’est le point G que l’on déplace à la souris afin de faire parcourir ce point M sur le quadrilatère.



Faire le didacticiel GeoGebra_parcours.pdf d’Hervé Benoît Chieux.

Exercice
Le point M est un point libre.
Le texte et la figure s’adaptent en fonction de sa position…



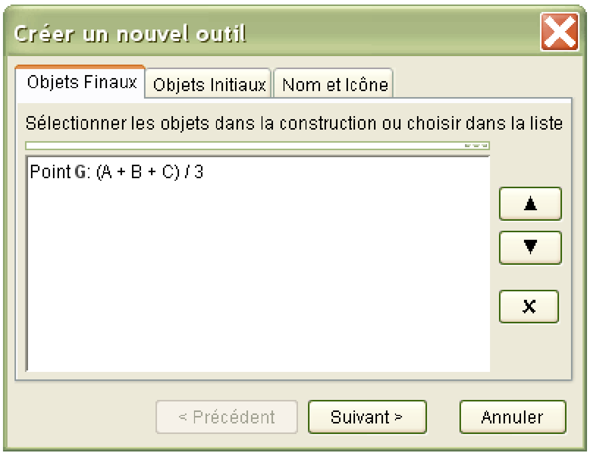


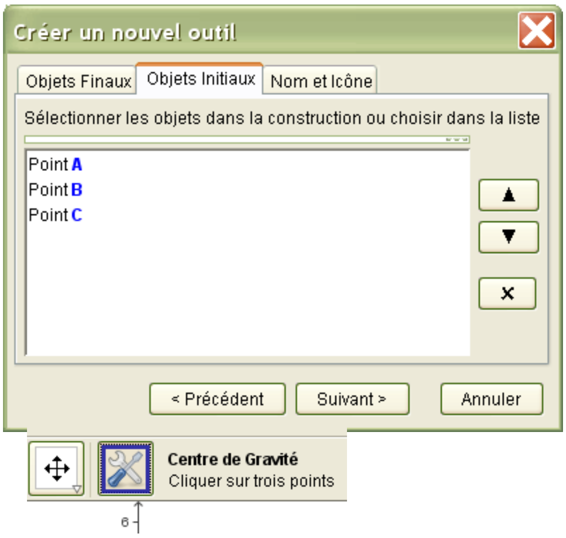
12. Les macros

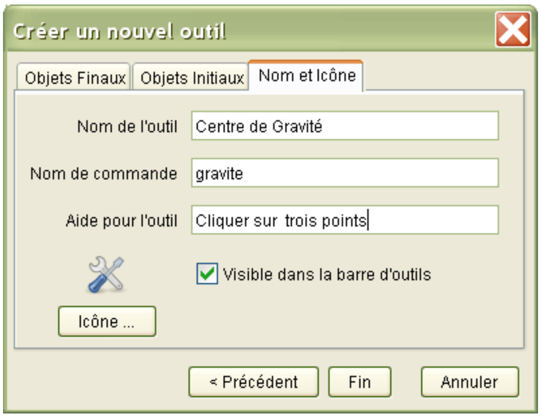
On souhaite créer un nouveau bouton construisant le centre de gravité de trois points.

Créer trois points A,B et C et leur barycentre G : **G = (A + B + C) / 3**

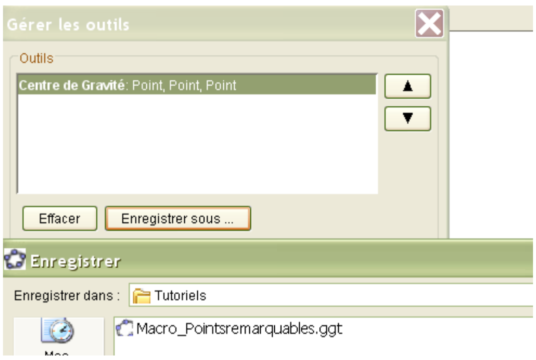
Menu Outils/Créer un nouvel outil
On sélectionne le ou les objets finaux et les objets initiaux.





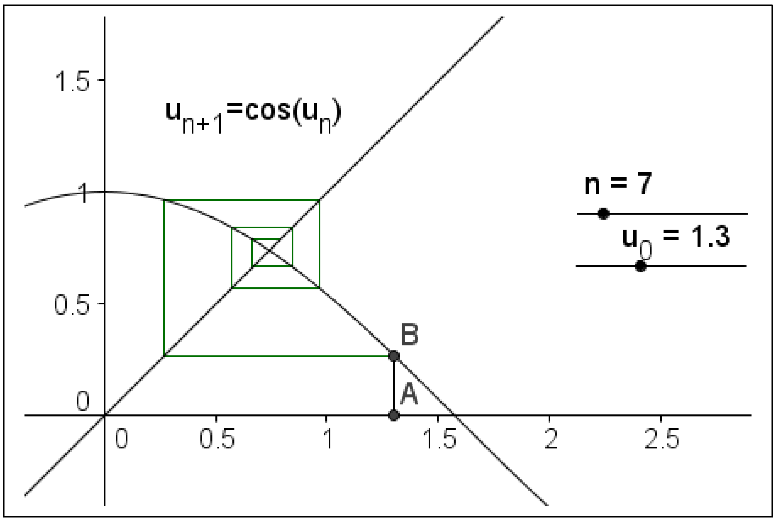


La macro enregistrée peut alors être utilisée dans le document courant évidemment.
Pour pouvoir utiliser cette macro dans un nouveau document, il faut l'enregistrer dans un fichier d'extension ggt à l'aide du menu Outils/Gérer les outils/Enregistrer sous.
Ensuite, quand on ouvre ce fichier, on obtient un figure vide avec la macro disponible.



Faire le didacticiel barycentre_et_outils.pdf d'Hervé Benoît Chieux et Stéphane Zahnd

13. Listes



Pour construire cette figure, nous allons utiliser un objet particulier , la **liste**, ainsi que 2 commandes.
Une liste est un tableau d'objets.
Si L est une liste, on accède à l'élément k par la commande **Elément[L,k]**

Pour **créer une liste,** on utilise la commande **Séquence :**

Séquence[expression e,variable i,nombre a,nombre b,nombre s]
Renvoie une liste des objets créés en utilisant l'expression e et l'indice i variant du nombre a au nombre b avec un pas de s.
(Puisque les paramètres a et b sont dynamiques, il est possible d'utiliser ici des curseurs)

Exemple :
L=Séquence[(2, i),i,1,5,0.5]
crée une liste de 9 points dont l'ordonnée varie de 1 à 5 avec un pas de 0.5.

La commande **ItérationListe crée également une liste**

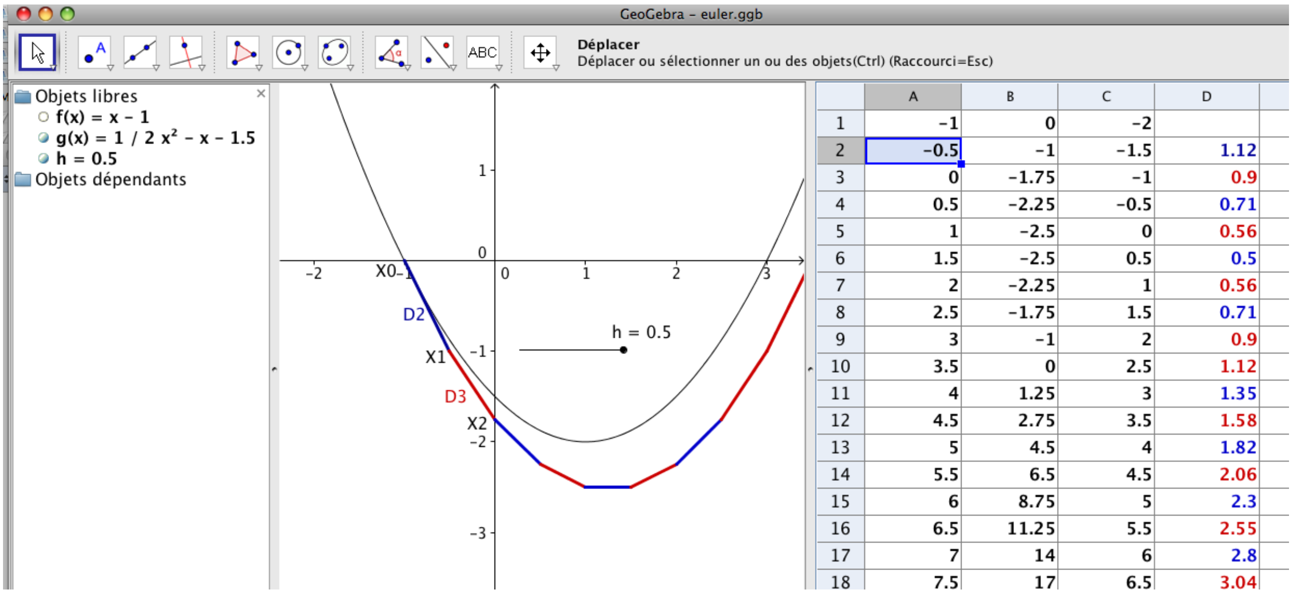
ItérationListe[fonction f,nombre x0,nombre n]
Renvoie une liste de longueur n+1 dont les éléments sont les images itératives par la fonction f de la valeur x0.

Exemple :
Après avoir défini f(x)=x^2 la commande L=ItérationListe[f,3,2] vous donne la liste
L = {3, 32, (32)2} = {3, 9, 81}.

Retour au problème initial
Créer la fonction f(x)=cos(x) ainsi que les deux curseurs u0 et n.
Créer une liste L1 : ItérationListe[f, u_0, n]
Cette liste contient donc les termes de la suite récurrente
Que construit la commande suivante ?
Séquence[Segment[(Elément[L1, i], Elément[L1, i + 1]), (Elément[L1, i + 1], Elément[L1, i + 1])], i, 1, n - 1]

Voilà l'astuce !

14. Le tableur intégré : exemple avec la méthode d'Euler



On cherche à construire la courbe représentative de la primitive *F* de la fonction $f(x)=x-1$ passant par le point $X_0(-1;0)$.

Principe de la méthode d'Euler

On part du point $X_0(-1;0)$ puisque la primitive *F* vérifie $F(-1)=0$
On détermine le second point X_1 à l'aide de l'égalité vectorielle:
$\overrightarrow{X_0X_1}=h\vec{u}$ où $\vec{u}(-1;f(-1))$, vecteur directeur de la tangente en $X_0(-1;0)$
Comme *h* = -0,5 ci-dessus, on obtient le point $X_1(0{,}5;-1)$
On recommence en partant de $X_1(0{,}5;-1)$ afin d'obtenir X_2 :
$\overrightarrow{X_1X_2}=h\vec{v}$ où $\vec{v}(-0{,}5;f(-0{,}5))$, vecteur directeur de la tangente en $X_1(0{,}5;-1)$
on obtient le point $X_2(0;-1{,}75)$

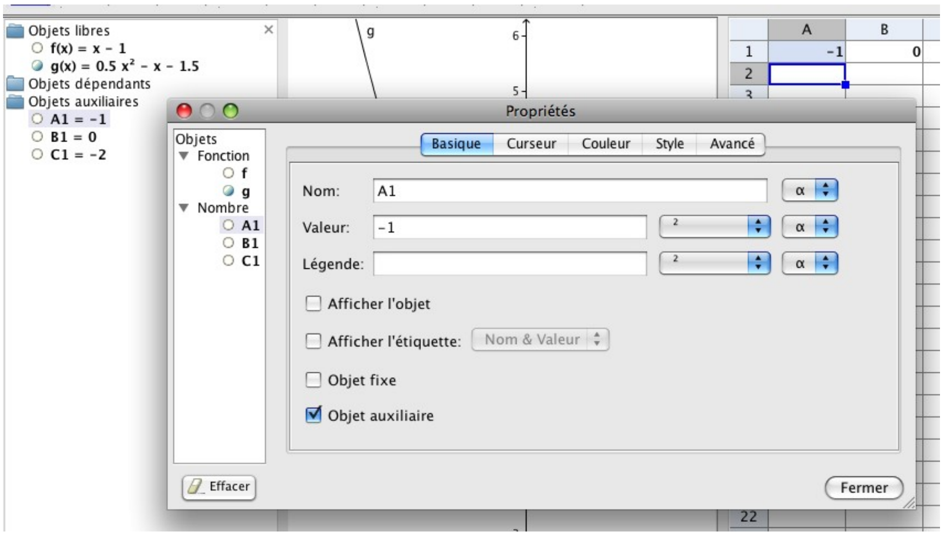
Construction de la figure dans GéoGébra

1) Menu Options/Etiquetage/Seulement les nouveaux points

2) Définir les fonctions f et g ainsi que le curseur h. La courbe de f n'est pas affichée.
h varie de 0 à 0,5 par pas de 0,01 par exemple.

3) Menu Affichage, Fenêtre tableur.
En A1, saisir **-1** et en B1 saisir **0**.
En C1 saisir **f(A1).** C'est donc le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse A1.

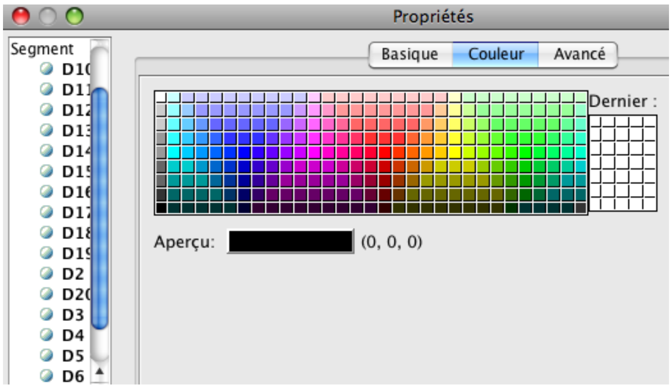
4) Menu Affichage, Objets auxiliaires.
Cliquer sur propriétés (bouton droit) sur l'un de ces nombres (voir copie d'écran page suivante)
On voit bien que ces trois cellules sont trois objets nombres dans Geogebra.
Toutes les cellules du tableur sont des objets.



5) En A2, saisir: **=A1 + h**
En B2, saisir: **=B1 + h C1**
de la sorte, les cellules A2 et B2 contiennent les coordonnées de X_1
En C2, saisir: =**f(A2)**
Enfin, il faut construire le segment. Pour cela, saisir en D2 :
Segment[(A1, B1), (A2, B2)]
Remarquer l'absence du =.

6) **Recopier vers le bas la ligne 2**

7) Les segments sont noirs et ce n'est pas très lisibles.
En cliquant sur les propriétés d'un objet quelconque, faire apparaître la fenêtre suivante :



Sélectionner **en même temps (touche CTRL)** les segments D2, D4, D6... etc et les mettre en forme.
Faire de même avec les segments D3,D5,D7....

Voilà ce que donne ce même fichier avec la fonction $f(x)=\dfrac{1}{x}$.

A1 = 1 et B1 = 0.